

Introduction à la théorie de l'informatique

Répétition 9

Année académique 2013-2014

1. Trouvez une solution analytique pour

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} (2k+1)x^{2k}$ (avec $|x| < 1$);

(b) $\sum_{i=x}^y (2i+1)$;

(c) $\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=1}^n \left(\frac{j}{j+2}\right)^i$.

(d) $\sum_{k=0}^n k^2 4^k$ (Suggestion : par perturbation)

2. Démontrez que :

- $2^{n+1} = \Theta(2^n)$.
- si $a, b \in \mathbb{R}$ sont tels que $1 < a < b$, alors $a^n = o(b^n)$.
- $e^{2n} = o(n^n)$.
- $n! = o(n^n)$ (Suggestion : utiliser les bornes vues au cours pour $n!$)
- $\sum_{k=1}^n k^6 = \Theta(n^7)$

3. Vérifiez que ces fonctions sont correctement triées par ordre asymptotique croissant :

$$2^{\sqrt{\ln n}}, 2^{\ln n}, n, \ln(n^n), n \log_2 n, n^2, (\ln n)^{\ln n}, n^{\ln n}, 3^{n/2}, 2^n, 3^n, (\ln n)^n$$