INFO0054 - Programmation fonctionnelle

Répétition 4: Les spécificités de la programmation fonctionnelle

Jean-Michel Begon

17 mars 2020

Fermeture

Exercice 1.
Définir la fonction `filter_` à deux arguments, un prédicat unaire `p?` et une liste d'éléments appartenant à son domaine `ls`, et renvoyant la liste des éléments de `ls` pour lesquels l'application du prédicat est `#t`.
Remarque : la fonction `filter` est prédéfinie, nous la redéfinissons sous un autre nom à titre d'exercice.

```
(filter_ even? '(1 2 3 4 5)) => '(2 4)
```

Exercice 2.
Redéfinir les fonctions `big` à l'aide de la fonction `filter_`. `(big x ls)` renvoie la liste des éléments de la liste de nombres `ls` plus grands que `x`.

Exercice 3.
Définir la fonction `linear` qui prend en entrée deux réels, `m` et `p`, et qui renvoie la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto mx + p$.

Exercice 4.
Définir les fonctions `symmetrize` et `anti-symmetrize`, qui prennent comme argument une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et qui renvoient respectivement les fonctions

$$f' : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad x \mapsto \frac{f(x) + f(-x)}{2}$$

et

$$f' : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad x \mapsto \frac{f(x) - f(-x)}{2}$$

Définir ensuite une fonction `func-op` à trois arguments, un opérateur `op` de $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \to R$, et deux fonctions unaires `f` et `g`. `func-op` renvoie la fonction unaire h telle que

$$\forall x \in \mathbb{R} : h(x) = \mathtt{op}\,(\mathtt{f}(x), \mathtt{g}(x))$$

Redéfinir ensuite `symmetrize` et `anti-symmetrize` à partir de `func-op`.

Exercice 5.
Définir une fonction `compose-n` qui renvoie la fonction unaire donnée en argument `n` fois composée avec elle-même.

Variante :
Écrire une fonction `compose-fgf` qui prend comme argument une fonction unaire f et renvoie une fonction qui prend comme argument une fonction unaire g et qui renvoie la fonction $f \circ g \circ f$.

Variante 2 :
Écrire une fonction `compose-fgab` qui prend comme argument deux fonctions f et g, ainsi que deux entiers a et b et renvoie la fonction

$$\underbrace{f \circ \ldots f}_{a} \circ \underbrace{g \circ \ldots g}_{b}$$

Variante 3 :
Écrire une fonction `compose-fa` qui prend comme argument une fonction f et deux entier a, b et renvoie la fonction

$$x \mapsto \underbrace{f \circ \ldots f}_{a}(b^x)$$

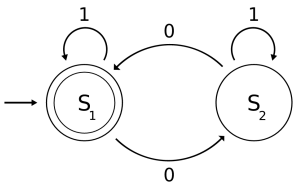
Exercice 6.
Le générateur de nombres aléatoires en C++ est une instance du schéma LCG (*linear congruent generator*) :

$$X_{n+1} = (aX_n + c) \mod m$$

où $m = 2^{31} - 1 = 2147483647$, $a = 48271$ et $c = 0$. Le choix de la graine X_0 ($0 \leq X_0 \leq m$) est laissé à l'utilisateur.

Implémenter la fonction `create-lcg` qui prend la graine en entrée et qui renvoie le générateur LCG d'ordre 0 pour cette graine. Le générateur d'ordre i est une fonction sans argument qui renvoie une paire dont le `car` est X_i et le `cdr` est le générateur d'ordre $i + 1$.

Exercice 7.
Informellement, un automate fini déterministe permet de détecter certaines structures dans des chaînes de caractères. Par exemple, l'automate suivant permet de déterminer s'il y a un nombre paire de 0 dans un nombre binaire :



Il se comprend comme suit. Au départ de l'état S_1, l'automate va examiner les bits d'une chaîne binaire un à un. A chaque fois qu'il rencontre un 1, il reste dans le même état. Lorsqu'il rencontre 0 il change d'état. S'il se trouve en S_1 une fois toute la chaîne examinée, il "accepte" la chaîne.

Implémenter un tel automate.

1 Fonction variadique

Exercice 8.
Que renvoie l'évaluation des expressions suivantes :

```
(+)        (*)          (list)
```

Exercice 9.
Ecrire une fonction `my+` à un nombre variable d'arguments et qui renvoie la somme de ces éléments.

Exercice 10.
Ecrire une fonction `my-min` qui prend au moins un nombre en entrée, et qui renvoie le plus petit nombre parmi ses arguments.

Exercice 11.
Ecrire une fonction `linear-map-factory` à un nombre variable d'arguments réels et qui renvoie une fonction prenant une liste de réel en argument et renvoyant le produit scalaire entre cette liste et les arguments encapsulés.

Exercice 12.
Ecrire une fonction `curry` qui prend deux arguments, une fonction $f : D_1 \times \ldots \times D_n \to Y$ et un élément $d_1 \in D_1$ et qui renvoie une fonction $h : D_2 \times \ldots \times D_n \to Y$ telle que $(h\ d_2 \ldots d_n) = (f\ d_1\ d_2 \ldots d_n)$.

```
(pyth 3 4)               => 5
((curry pyth 3) 4)       => 5
```

Exercice 13.
Ecrire une fonction `my-map` qui prend une fonction $f : D_1 \times \ldots \times D_n \to Y$ $(n \geq 1)$ ainsi que n listes $l_1, \ldots, l_n$ telles que $|l_i| = m$ et les éléments de l_i appartiennent à D_i $(1 \leq i \leq n)$ et qui renvoie une liste ys de m éléments telle que $ys_j = f(l_1^{(j)}, \ldots, l_n^{(j)})$ $(1 \leq j \leq m)$.

```
(my-map (lambda (x y) (+ (* x 2) y)) '(1 2 3) '(1 1 1)) ==> '(3 5 7)
```