

MATH0064-1 Éléments du calcul des probabilités

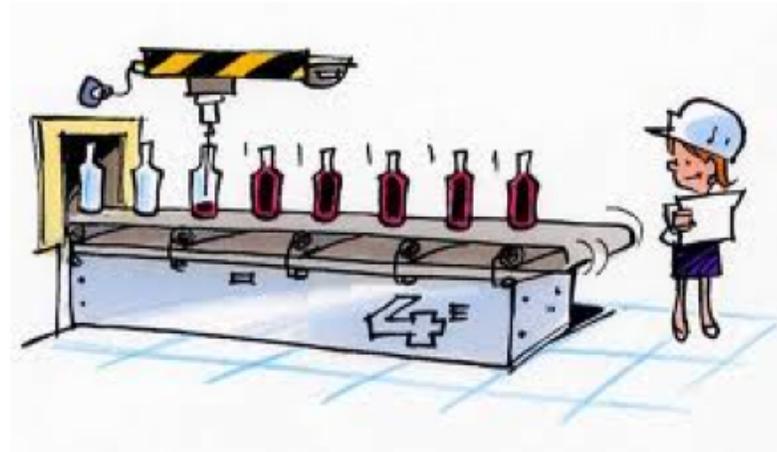
Répétitions et projets

Introduction

Laurine Duchesne

Pourquoi ce cours ?

- ▶ Modélisation parfaite vs monde réel



- ▶ Théorie des probabilités : outils pour modéliser efficacement certains phénomènes aléatoires

Organisation du cours

- ▶ Projets :
 - ▶ Sur ordinateur (Matlab)
 - ▶ Par groupes de deux
 - ▶ 2 projets
- ▶ Examen écrit :
 - ▶ En général 3 questions de théorie, 3 exercices et une question sur les projets
- ▶ Pondération :
 - ▶ Environ 20% projets
 - ▶ Environ 80% examen

Répétitions

- ▶ Toutes les informations concernant les répétitions se trouvent sur la page <http://www.montefiore.ulg.ac.be/~lduchesne/proba>
- ▶ **Attention** : il y a 4 groupes pour les répétitions. Les groupes 1, 2 et 3 ont répétition le **mercredi après-midi** et le groupe 4 a répétition le **vendredi après-midi**. La répartition des groupes se trouve sur myULiège.
- ▶ Locaux :
 - ▶ Mercredi : A2 (B7a), S26 et S28 (TPs Physique)
 - ▶ Vendredi : S74 (Europe)
- ▶ Horaire :
 - ▶ de 13h45 à 15h45 le mercredi et de 13h30 à 15h30 le vendredi
 - ▶ Les 21/02 (23/02), 28/02 (2/03), 14/03 (16/03), 18/04 (20/04), 25/04 (27/04) et 9/05

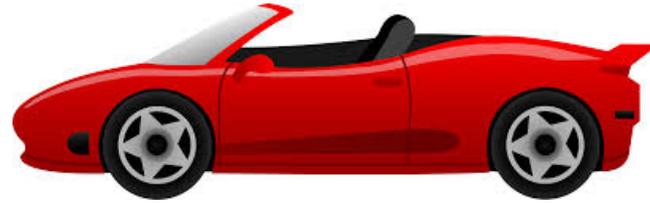
Projets

- ▶ Les énoncés des projets seront disponibles sur la page web du cours.
- ▶ En général, il faut rendre un dossier **.zip** contenant votre rapport au format **.pdf** et vos **codes Matlab**.
- ▶ Les projets sont à soumettre sur la plateforme de soumission (accès via votre identifiant ULiège)
<https://submit.montefiore.ulg.ac.be/>
- ▶ N'oubliez pas de vous y inscrire ainsi que d'y inscrire votre groupe.
- ▶ Vous pouvez soumettre autant de fois que vous le voulez avant la deadline.
- ▶ Si vous avez des questions, n'hésitez pas à m'envoyer un mail (l.duchesne@uliege.be). Il y aura également une FAQ avec les questions les plus fréquentes.

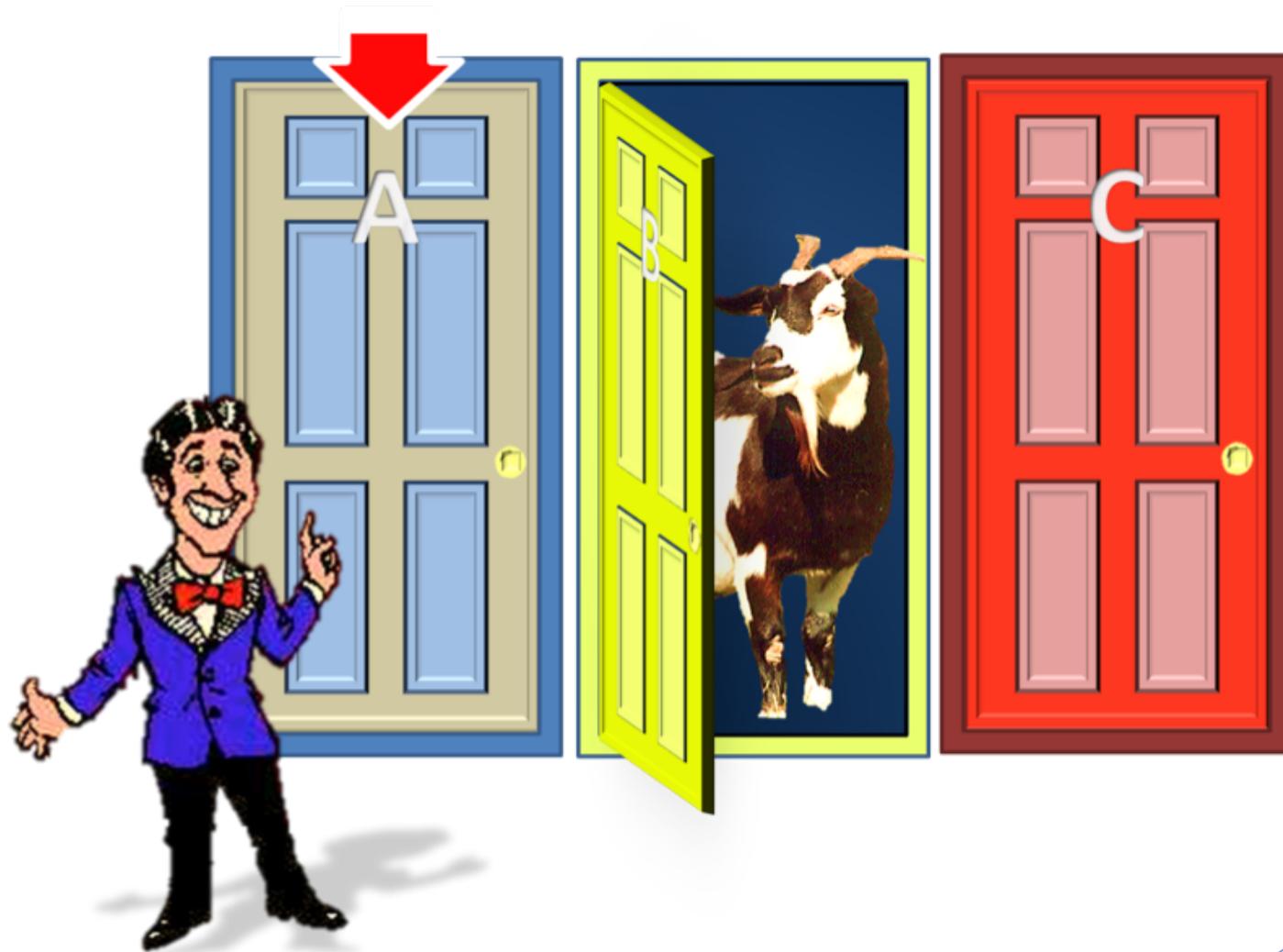
Conseils pour ce cours

- ▶ Toujours chercher à **comprendre** avant de **retenir**
- ▶ Apprendre à savoir résoudre des problèmes **abstrait**s vous permettra de mieux vous **adapter** à un monde qui change en permanence
- ▶ Ne pas faire confiance à votre **intuition** mais privilégier la **réflexion**

Monty Hall Problem



Monty Hall Problem



Monty Hall Problem

Devez-vous changer d'avis ?

Résolution par la méthode en 4 étapes (Lehman & Leighton)

1. Trouver l'espace des résultats possibles
2. Définir le ou les évènements étudiés
3. Déterminer la probabilité des résultats
4. Calculer la probabilité du ou des évènement(s)

Etape 0 : clarification du problème

On suppose que :

- ▶ Lorsque les organisateurs placent la voiture, chaque porte a la même probabilité d'être sélectionnée.
- ▶ Le participant choisit une porte au hasard, avec une probabilité égale pour les trois portes.
- ▶ Le présentateur doit ouvrir une autre porte que celle cachant la voiture et, s'il a le choix entre deux portes, chacune a la même chance d'être choisie.

Etape 1 : Trouver l'espace des résultats possibles

- ▶ On construit un arbre décrivant l'ensemble des choix possibles pour les variables du problème. Dans notre cas :
 - ▶ La position de la voiture
 - ▶ Le choix initial du candidat
 - ▶ La porte révélée par le présentateur

Etape 2 : Définir le ou les évènement(s) étudié(s)

- ▶ On détermine les feuilles de l'arbre pour lesquelles l'évènement qui nous intéresse s'est réalisé / les évènements qui nous intéressent se sont réalisés. Dans notre cas :
 - ▶ L'évènement selon lequel le participant gagne en changeant d'avis.

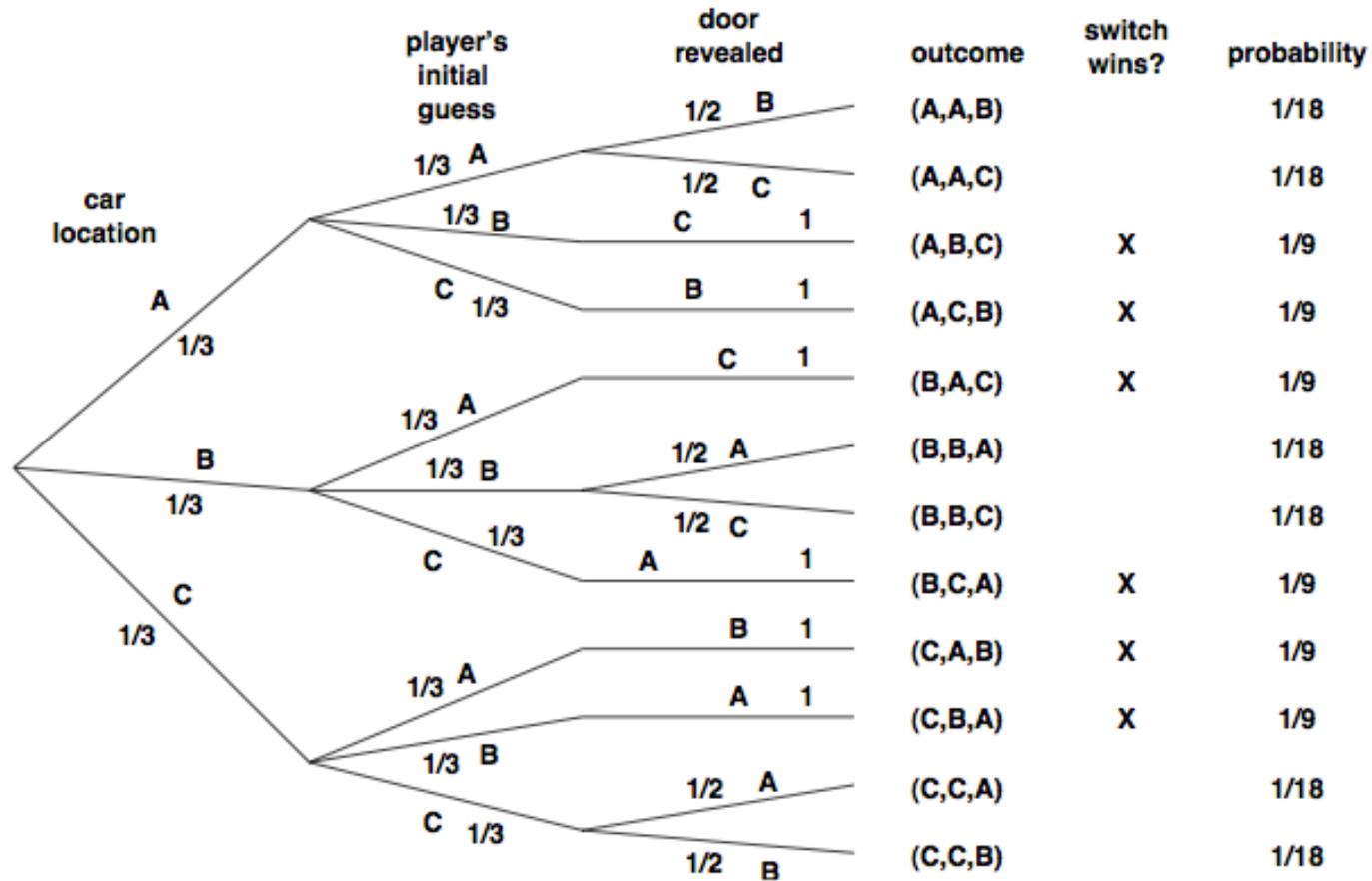
Etape 3 : Déterminer la probabilité des résultats

- ▶ Assigner des probabilités aux feuilles de l'arbre. Pour ce faire, deux étapes sont nécessaires :
 - ▶ Assigner des probabilités aux arcs
 - ▶ En déduire celles des feuilles par simple multiplication

Etape 4 : Calculer la probabilité du ou des évènements(s)

- ▶ La simple addition des probabilités des résultats positifs donne la probabilité du ou des évènements(s).

Résultat final



(screenshot du livre de Lehman & Leighton)

Problème des anniversaires



Combien de personnes faudrait-il pour que la probabilité qu'au moins deux personnes aient leur anniversaire le même jour dans le groupe soit supérieure à 50% ?

Problème des anniversaires : solution

| n | P(n) |
|------|-----------|
| 5 | 2,71% |
| 10 | 11,69% |
| 23 | 50,73% |
| 30 | 70,63% |
| 50 | 97,04% |
| 100 | 99,99997% |
| >365 | 100% |

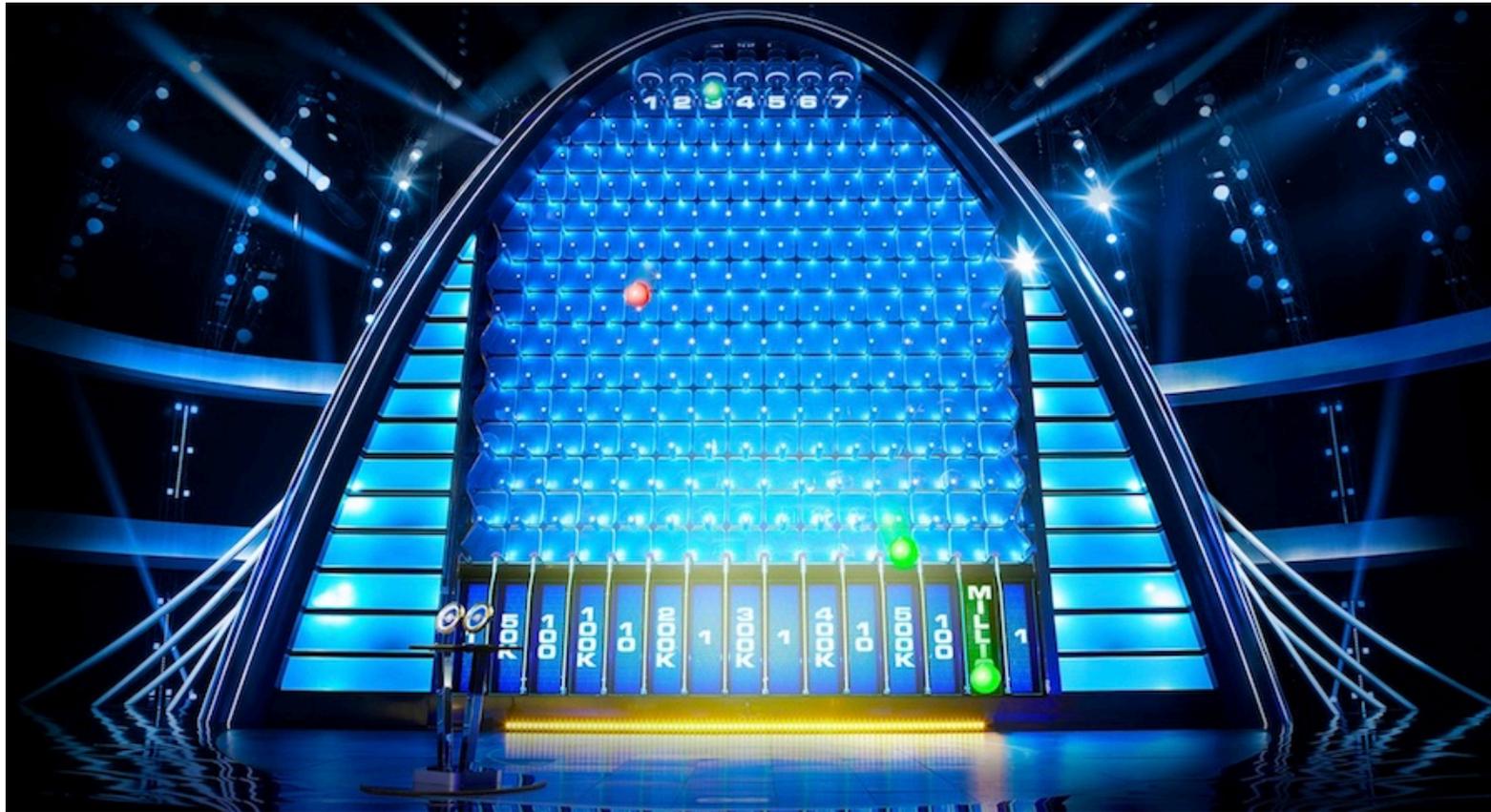
Conclusion

Ces problèmes montrent qu'il ne faut pas faire confiance à son intuition en probabilités

Présentation du premier projet

- ▶ Énoncé disponible dans le courant de la semaine prochaine
- ▶ Deadline : dimanche 18 mars à 23h59
- ▶ Guideline pour la rédaction du rapport :
<http://www.montefiore.ulg.ac.be/~lduchesne/proba/guidelines.pdf>
- ▶ Tous les rapports sont soumis au logiciel **anti-plagiat** et comparé aux rapports des années précédentes.

The Wall

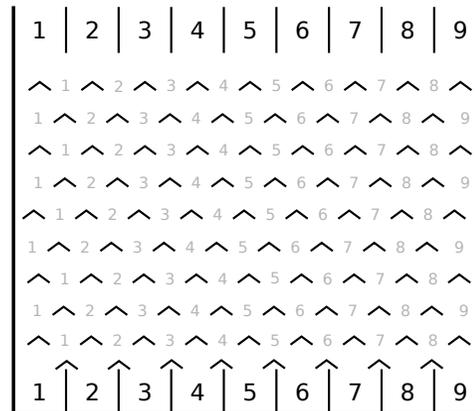


The Price Is Right - Plinko

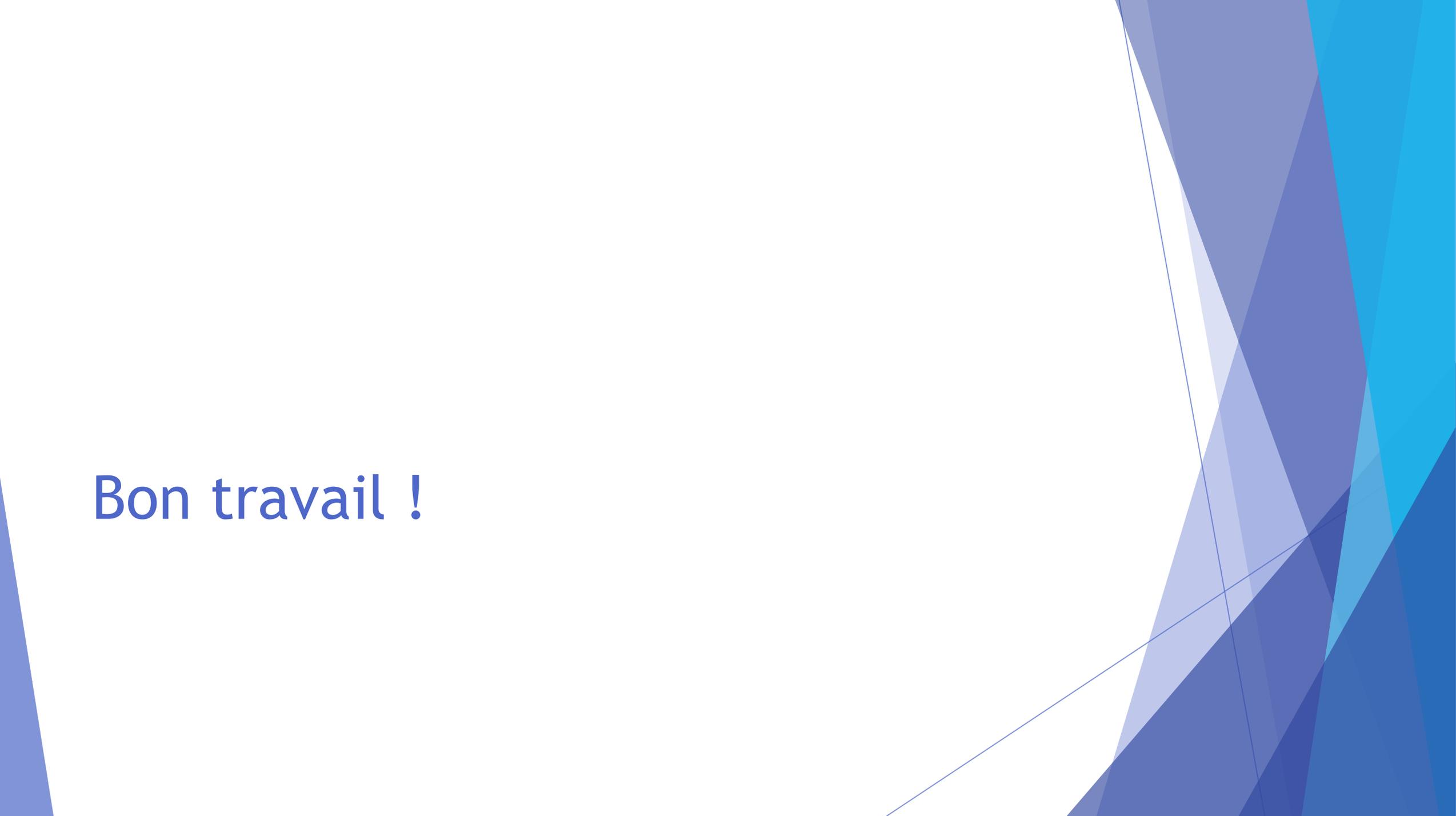


But du projet

- ▶ Déterminer pour chaque rangée la probabilité qu'une boule tombe finalement dedans en fonction de la stratégie pour le choix de la rangée de départ
- ▶ En déduire l'espérance de gain et la meilleure stratégie quant au choix de la rangée de départ
- ▶ Pour cela, vous allez
 - ▶ rechercher une solution exacte (méthode de Lehman et Leighton)
 - ▶ Rechercher une solution approchée par simulation (méthode de Monte-Carlo)



Bon travail !

The background features abstract, overlapping geometric shapes in various shades of blue, ranging from light to dark, creating a modern and dynamic visual effect.