

Eléments de statistique

Solutions de l'examen de janvier 2017

Question 1

- a) 85%
- b) L'inégalité de Bienaymé-Tchebycheff garanti une probabilité $\geq 51,88\%$.
- c) Oui, la méthode qui fait le moins d'hypothèses conduit toujours à une garantie moins forte.
- d) $E\{m_x\} = 149\text{g}$ $V\{m_x\} = 108,27 \text{ g}^2$.
- e) $E\{s_x^2\} = 1515,73\text{g}^2$ $E\{s_{n-1}^2\} = 1624\text{g}^2$
- f) Non car on est pas dans le cas gaussien.
- g) $\frac{(n-1)^2}{n^2}$.
- h) Intérêt : estimateur non-biaisé. Désavantage : variance de l'estimateur plus élevée.
- i) Oui. L'inégalité de Bienaymé-Tchebyshev est garantie quelque soit la distribution. On trouverait donc une probabilité $\geq 51,88\%$.

Question 2

- a) On rejette H_0 si $m_X \notin (1,893; 2,107)$. On ne peut pas rejeter H_0 .
- b) Risque β pour les valeurs demandées :
 - $\mu = 1,85 \text{ T/s} : \beta = 12,1\%$
 - $\mu = 1,9 \text{ T/s} : \beta = 57,1\%$
 - $\mu = 1,95 \text{ T/s} : \beta = 93,8\%$
 - $\mu = 2 \text{ T/s} : \beta = 99\%$
 - $\mu = 2,05 \text{ T/s} : \beta = 93,8\%$
 - $\mu = 2,1 \text{ T/s} : \beta = 57,1\%$
 - $\mu = 2,15 \text{ T/s} : \beta = 12,1\%$
- c) Avec un échantillon plus grand, le risque β aurait été plus faible partout (sauf en 0,2 où il est à 99% quoi qu'il arrive) et la courbe aurait été en dessous de la courbe obtenue au point précédent.
- d) $p = 11,11\%$.
- e) $p = 8,7\%$
- f) On cherche ϵ tel que

$$\int_{\frac{2}{23}-\epsilon}^{\frac{2}{23}+\epsilon} \frac{\Gamma(48)}{\Gamma(5)\Gamma(43)} p^4(1-p)^{42} dp = 0,95$$

Il est manifestement impossible de résoudre cela à la main.

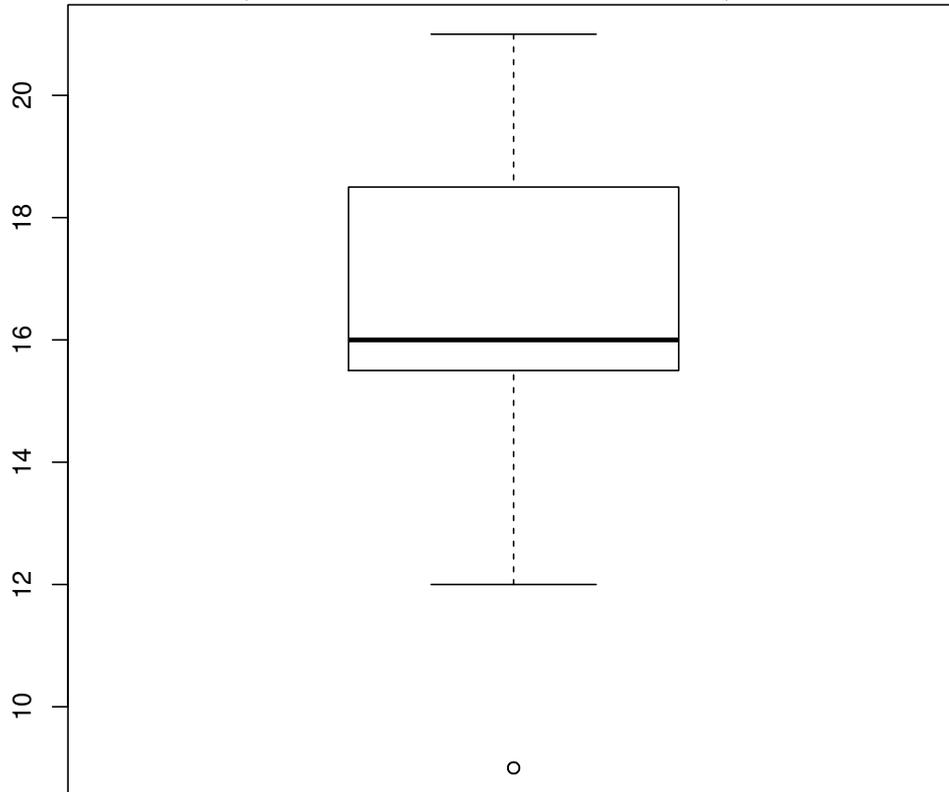
Question 3

a) $\chi_{crit}^2 = 23,68479$

$\chi_{obs}^2 = 11,63.$

$\Rightarrow \chi_{obs}^2 < \chi_{crit}^2$ et on ne peut donc rejeter H_0 .

- b) Les quartiles valent respectivement 15,5, 16 et 18,5. La hauteur du boxplot est donc de 3 et une donnée est abérante si elle est inférieure à 11 ou supérieure à 21. Les deux tirages à 9 sont des résultats aberrants. Attention la barre du minimum du boxplot est à 12 (la plus petite valeur non aberrante).



c) IC= [3 108 445€; 3 450 863€].

d) $\chi_{obs}^2 = 0,186.$

χ_{crit}^2 est compris entre 5,02389 et 6,63490.

On ne peut rejeter H_0 . Le Lotto n'est très probablement pas truqué en décembre.