

Première question.

Définir les notions d'ensemble finiment consistant, ensemble finiment consistant maximal et ensemble de Hintikka. Un ensemble finiment consistant est-il toujours de Hintikka ? Un ensemble finiment consistant maximal est-il toujours de Hintikka ? On justifiera les réponses.

Deuxième question.

Soient A, B, C et D des formules quelconques. On définit

$$\begin{array}{ll} X : A \Rightarrow (B \Rightarrow \neg D) & Y : A \Rightarrow (C \Rightarrow D) \\ U : A \Rightarrow ((\neg B \Rightarrow C) \Rightarrow D) & V : A \Rightarrow ((B \vee C) \Rightarrow \neg D) \end{array}$$

On demande d'énoncer et justifier toutes les relations de conséquence logique existant entre les formules U, V, X et Y .

Troisième question.

Soit $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ une famille finie de formules propositionnelles sur un lexique Π ; soit v une interprétation sur Π . Construire une condition nécessaire et suffisante, aussi simple que possible, pour que l'interprétation v soit un modèle de la formule

$$A_1 \equiv (A_2 \equiv (A_3 \cdots (A_{n-1} \equiv A_n) \cdots)).$$

A quelle condition la formule

$$((\cdots ((A_1 \oplus A_2) \oplus A_3) \cdots A_{n-1}) \oplus A_n),$$

dans laquelle \oplus désigne le "ou" exclusif, est-elle logiquement équivalente à la formule précédente ? On justifiera la réponse.

Quatrième question. Soit Φ une formule construite sur le lexique $\Pi = \{a, b, c, \dots, y, z\}$ et ne comportant que les connecteurs \wedge et \vee . A partir de Φ on construit les formules suivantes :

1. Φ_1 est obtenue en remplaçant toutes les occurrences de a par $(a \vee b)$.
2. Φ_2 est obtenue en remplaçant une seule occurrence de a par $(a \wedge b)$.
3. Φ_3 est obtenue en remplaçant simultanément toutes les occurrences de a par b et toutes les occurrences de b par a .

Pour $i = 1, 2, 3$, déterminer si on a toujours, parfois ou jamais $\Phi_i \models \Phi$ et/ou $\Phi \models \Phi_i$. On justifiera les réponses.

Répondre à chaque question sur une feuille A4 *séparée*.

Ne pas utiliser de *crayon*, ne pas utiliser de *rouge*.

Mentionner nom, prénom, section (2 ELIN, 1 LIN, 1 EL, ...) et numéro de la question sur *chaque* feuille, en haut à gauche.