

---

# Logic

## Répétition 11

3 décembre 2013

---

## Correction exercices proposés

---

**Exercice 1.** Trouver les liens existant entre les formules suivantes :

1.  $\alpha \triangleq \exists x \exists y \exists z [P(x, y) \Rightarrow [Q(x, z) \Rightarrow R(y, z)]]$
  2.  $\beta \triangleq \exists x \exists y [P(x, y) \Rightarrow [\forall z Q(x, z) \Rightarrow \exists z R(y, z)]]$
  3.  $\gamma \triangleq \forall x \forall y P(x, y) \Rightarrow [\forall x \forall z Q(x, z) \Rightarrow \exists y \exists z R(y, z)]$
- 

**Exercice 2.** Trouver les liens existant entre les formules suivantes :

1.  $A \triangleq \forall x P(x) \Rightarrow \forall x Q(x)$
  2.  $B \triangleq \exists x P(x) \Rightarrow \forall x Q(x)$
  3.  $C \triangleq \forall x P(x) \Rightarrow \exists x Q(x)$
  4.  $D \triangleq \forall x [P(x) \Rightarrow Q(x)]$
- 

**Exercice 3.** Trouver les liens existant entre les formules suivantes :

1.  $A \triangleq \forall x \exists y [P(x) \Rightarrow Q(x, y)]$
2.  $B \triangleq \forall x [P(x) \Rightarrow \exists y Q(x, y)]$
3.  $C \triangleq \forall x P(x) \Rightarrow \exists y Q(x, y)$
4.  $D \triangleq \forall x [P(x) \Rightarrow \forall x \exists y Q(x, y)]$

## Exercices proposés

---

**Exercice 4.** Que pouvez-vous dire de l'objet suivant ?

$$\frac{\forall x P(x, x), \forall x \forall y [P(x, y) \Rightarrow P(x, f(x))]}{\forall x \forall y P(x, y)}$$

---

**Exercice 5.** Que pouvez-vous dire de l'objet suivant ?

$$\frac{H \Rightarrow \forall x A(x), H \Rightarrow \exists x [A(x) \Rightarrow \forall y B(x, y)]}{H \Rightarrow \exists x \forall y B(x, y)}$$

---

**Exercice 6.**

Si  $A \models \forall x P(x)$  et  $\exists x P(x) \models B$ , alors

$A \Rightarrow \exists x P(x) \models \forall x P(x) \Rightarrow B$

Cet énoncé est-il correct pour toutes formules  $A$  et  $B$  ?