
Logic

Répétition 12

10 décembre 2013

Correction exercices proposés

Exercice 1. Que pouvez-vous dire de l'objet suivant ?

$$\frac{\forall x P(x, x), \forall x \forall y [P(x, y) \Rightarrow P(x, f(x))]}{\forall x \forall y P(x, y)}$$

Exercice 2. Que pouvez-vous dire de l'objet suivant ?

$$\frac{H \Rightarrow \forall x A(x), H \Rightarrow \exists x [A(x) \Rightarrow \forall y B(x, y)]}{H \Rightarrow \exists x \forall y B(x, y)}$$

Exercice 3.

Si $A \models \forall x P(x)$ et $\exists x P(x) \models B$, alors
 $A \Rightarrow \exists x P(x) \models \forall x P(x) \Rightarrow B$

Cet énoncé est-il correct pour toutes formules A et B ?

Skolem

Exercice 4. Donner les formes prénexes, de Skolem et clausale des formules suivantes :

- $p(a) \wedge \exists x \neg p(x)$
- $\forall x [p(x) \Rightarrow \forall y [\forall z q(x, y) \Rightarrow \neg \forall z r(y, x)]]$
- $\forall x p(x) \Rightarrow \exists x [\forall z q(x, z) \vee \forall z r(x, y, z)]$
- $\exists x p(x, z) \Rightarrow \forall z [\exists y p(x, z) \Rightarrow \neg \forall x \exists y p(x, y)]$

Exercice proposé

Exercice 5. On donne les règles d'inférence suivantes :

$$\frac{H \Rightarrow \forall x A \quad H \Rightarrow \forall x (A \Rightarrow B)}{H \Rightarrow \forall x B}$$

$$\frac{H \Rightarrow \exists x A \quad H \Rightarrow \forall x (A \Rightarrow B)}{H \Rightarrow \exists x B}$$

$$\frac{H \Rightarrow \exists x A \quad H \Rightarrow \exists x (A \Rightarrow B)}{H \Rightarrow \exists x B}$$

$$\frac{H \Rightarrow \forall x A \quad H \Rightarrow \exists x (A \Rightarrow B)}{H \Rightarrow \exists x B}$$

Ces règles sont-elles correctes ?

Sinon, le deviennent-elles quand on ajoute des restrictions sur les occurrences de la variable x dans A et/ou dans B ? On justifiera les réponses.