
Logic

Exs proposés

17 décembre 2013

Remarque importante!!!

Ne pas oublier que les connecteurs $\Rightarrow, \vee, \wedge, \neg$ ne sont pas les seuls existants!
Faites des exercices avec \oplus, \equiv, \dots aussi!!!

Règles d'inférence

Exercice 1. La règle suivante est-elle correcte ?

$$\frac{\forall x [\neg Q(x) \Rightarrow \neg R(x)] \quad \exists x [\neg Q(x) \wedge P(x)]}{\exists x [\neg P(x) \wedge R(x)]}$$

Exercice 2. La règle suivante est-elle correcte ?

$$\frac{\forall x \forall y [\neg Q(x) \Rightarrow \neg R(x, y)] \quad \exists x [\neg Q(x) \wedge P(x)]}{\exists x \exists y [\neg P(x) \wedge \neg R(x, y)]}$$

Exercice 3. La règle suivante est-elle correcte ?

$$\frac{\forall x [R(x) \Rightarrow Q(x)] \quad \forall x [P(x) \Rightarrow \neg Q(x)]}{\exists x [\neg P(x) \wedge R(x)]}$$

Conséquences logiques ?

Exercice 4. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\forall x \forall y [P(x) \vee Q(y)]$
- $\forall x P(x) \vee \forall y Q(y)$

Exercice 5. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\forall x \exists y [P(x) \wedge Q(y)]$
- $\exists y \forall x [P(x) \wedge Q(y)]$

Exercice 6. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\forall x \exists y [P(x) \Rightarrow Q(y)]$
- $\forall x P(x) \Rightarrow \exists y Q(y)$
- $\exists x P(x) \Rightarrow \exists y Q(y)$

Exercice 7. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\exists x \forall y [P(x) \Rightarrow Q(y)]$
- $\exists x P(x) \Rightarrow \forall y Q(y)$

Exercice 8. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\forall x \exists y [P(x) \Rightarrow Q(y)]$
- $\exists y \forall x [P(x) \Rightarrow Q(y)]$
- $\exists x P(x) \Rightarrow \exists y Q(y)$
- $\forall x P(x) \Rightarrow \forall y Q(y)$

Exercice 9. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\forall x (P(x) \Rightarrow \exists y Q(x, y))$
- $\forall x \exists y (P(x) \Rightarrow Q(x, y))$
- $\forall x P(x) \Rightarrow \forall x \exists y Q(x, y)$

Exercice 10. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\forall y [\forall x P(x) \Rightarrow \exists x Q(x, y)]$
- $\exists x [P(x) \Rightarrow \forall y Q(x, y)]$
- $\exists x \forall y [P(x) \Rightarrow Q(x, y)]$

Exercice 11. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\forall x [P(x) \Rightarrow \forall u \exists v (Q(u) \Rightarrow R(v))]$
- $\exists x P(x) \Rightarrow \exists v \forall u (Q(u) \Rightarrow R(v))$

Exercice 12. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\forall x \exists y [P(x, y) \Rightarrow Q(x)]$
- $\forall x [\forall y P(x, y) \Rightarrow Q(x)]$

Exercice 13. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\forall x P(x) \Rightarrow \forall x Q(x)$
- $\exists x P(x) \Rightarrow \exists x Q(x)$
- $\forall x [P(x) \Rightarrow Q(x)]$
- $\exists x [P(x) \Rightarrow Q(x)]$

Exercice 14. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\forall x \exists y P(x, y)$
- $\exists x \forall y P(x, y)$

Exercice 15. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\forall x [\forall y P(x, y) \Rightarrow \exists z Q(x, z)]$
- $\forall x \exists y \exists z [P(x, y) \Rightarrow Q(x, z)]$
- $\forall x \forall y \exists z [P(x, y) \Rightarrow Q(x, z)]$

Exercice 16. Quel est le lien entre les formules suivantes ?

- $\exists x [\forall y P(x, y) \Rightarrow \exists z Q(x, z)]$
- $\exists x \exists y [P(x, y) \Rightarrow \exists z Q(x, z)]$
- $\exists x \exists y \exists z [P(x, y) \Rightarrow Q(x, z)]$

Exercice 17. Peut-on affirmer que

$$\{\forall x [\neg Q(x) \Rightarrow \neg R(x)], \exists x [\neg Q(x) \wedge P(x)]\} \models \exists x [\neg P(x) \wedge R(x)] \quad ?$$